Jozef Dziak, Marek Pavlík

Modely prvkov elektrizačnej sústavy pre metódu STA určené pre simulovanie ustálených stavov pomocou matematických programovateľných nástrojov

Tento článok popisuje postup použitia známych modelov prvkov elektrizačnej sústavy pre automatické zostavenie rovníc pomocou metódy STA vhodných pre vytvorenie vlastných výpočtov alebo simulačných aplikácií. Nachádzajú sa v ňom základné modely prvkov elektrizačnej sústavy a to modely napájacích a odberových prvkov, modely prenosových a distribučných vedení a model transformátora.

Kľúčové slová: Metóda STA; MATLAB; simulácia obvodov; simulácia ustálených stavov; simulácia v elektrizačnej sústave

This paper describes a procedure for the use of known power system elements models to automatic creation of circuit equations using Sparse Tableau Analysis to create custom calculations or application used to circuit simulation. In this paper are basic models of power system elements such as models of power supply and consumption elements, models of transmission and distribution lines and transformer model. **(Power system elements models for Sparse Tableau Analysis and steady state simulation using mathematical programmable tools)**

Keywords: Sparse Tableau Analysis; MATLAB; circuit simulation; steady state simulation; simulation in power system

I. ÚVOD

Riešenie ustálených stavov v elektrizačnej sústave je, napriek svojej jednoduchosti, v mnohých prípadoch veľmi vhodným spôsobom riešenia rôznych úloh v elektroenergetike (napr. pri riešení tokov výkonov v sieti). Súčasné simulačné programy (OrCAD, Proteus, Simulink a pod.) zvyčajne ponúkajú matematické a fyzikálne modely prvkov, výpočtové metódy a programové nástroje, ktoré sú určené pre riešenie komplikovanejších úloh. Tieto programy sú určené prevažne na riešenie prechodných alebo iných dynamických dejov v obvodoch s nelineárnymi a parametrickými prvkami. Na riešenie jednoduchých ustálených stavov v sieti s prevažne lineárnymi prvkami je možné použiť iné matematické alebo vo všeobecnosti programové nástroje. Jedným zo spôsobov je využitie matematického programovateľného nástroja MATLAB alebo tiež vytvorenie vlastného programu v niektorom z programovacích jazykov (C, C#, atď.) s využitím vhodného pomocného nástroja akým je napr. Microsoft Visual Studio.

Na zostavenie systému rovníc pre simulovaný obvod (sieť, alebo časť elektrizačnej sústavy) je možné použiť viacero metód. Asi najznámejšie sú Metóda uzlových napätí a Metóda slučkových prúdov. Spôsob použitia týchto metód pre riešenie úloh spojených s riešením problémov v elektroenergetike je popísaný v [1]. Tieto metódy je možné použiť aj pre počítačovú simuláciu. Nevýhodou týchto metód je to, že postup pri riešení pozostáva z viacerých krokov. Ide síce iba o niekoľko krokov, ale pri počítačovej simulácii je takýto postup, ktorý by sme mohli označiť za zbytočne komplikovaný, nežiaduci. Ak chce používateľ matematického nástroja alebo programátor vlastnej simulačnej aplikácie používať vytvorený algoritmus opakovane, musel by neustále meniť spôsob zostavenia rovníc (matíc) a tiež upravovať postup riešenia s každým ďalším obvodom alebo s každou ďalšou konfiguráciou toho istého obvodu. Lepšie je preto použiť metódy, ktoré sú vhodné pre automatické zostavenie rovníc pre riešenú sieť. Následné vyriešenie rovníc potom bude iba jednoduchá matematická úloha, a čo je dôležitejšie, bez ohľadu na zadanie problému, bude postup zostavenia a riešenia rovníc vždy rovnaký. To umožňuje použiť rovnaký algoritmus pre mnoho rôznych úloh, v ktorých sa nebudú meniť len parametre prvkov, ale aj ich počet, zapojenie siete a hľadané fyzikálne veličiny (zvyčajne napätia v uzloch alebo napätia a prúdy jednotlivých prvkov).

Pre automatické zostavenie rovníc je možné použiť viacero metód. Najznámejšími a najvhodnejšími sú metóda STA (z angl. Sparse Tableau Analysis), ktorej základný princíp bol publikovaný v [2] a Modifikovaná metóda uzlových napätí (skratka MNA z angl. Modified Nodal Analysis) prvotne publikovanú v [3]. V súčasnosti sa v simulačných programoch využíva MNA, kvôli menšiemu počtu zostavených rovníc ako pri STA, a s tým súvisiacich menších nárokov na hardvérové zaťaženie pri komplikovaných úlohách. Počet rovníc pri riešení ustálených stavov nie je z hľadiska zaťaženia hardvéru dôležitý. Oveľa väčšie zaťaženie je napr. pri riešení prechodných dejov v obvodoch s nelineárnymi a parametrickými prvkami. Keďže používané simulačné programy sú určené na riešenie takýchto úloh, využívajú na zostavenie rovníc metódu MNA. Na simulovanie ustálených stavov v elektrizačnej ústave, v ktorej sa nachádzajú technické prvky, ktoré je možné modelovať pomocou matematických modelov obsahujúcich prevažne lineárne ideálne prvky, nie je nutné využívať tieto masívne simulačné programy.

Vytvorenie automatického algoritmu pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy MNA je náročnejšie ako pri metóde STA. Hardvérová náročnosť pri riešení systémov rovníc pri dnešných bežne dostupných počítačoch nepredstavuje problém, ktorému je potrebné sa venovať. Aj pri riešení systémov rovníc, pre obvody obsahujúce prevažne lineárne prvky pre riešenie ustálených stavov, zostavených pomocou STA pre stovky prvkov elektrizačnej sústavy je možné použiť osobné počítače s priemernými hardvérovými parametrami. Preto sa pre použitie v matematických alebo iných programovateľných nástrojoch na riešenie spomenutých problémov javí použitie používateľsky prívetivejšej metódy STA ako rozumnejšia voľba.

II. METÓDA STA

Proces simulácie elektrického obvodu pozostáva z týchto častí:

- Topologická príprava
- Zostavenie systému rovníc (zapísaných formou matíc)
- Riešenie systému rovníc

V tomto článku sa budeme venovať topologickej príprave a zostaveniu systému rovníc pre metódu STA. Riešenie systému lineárnych alebo nelineárnych rovníc sa použití tejto metódy neodlišuje od riešenia systémov rovníc pri použití iných metód. Na riešenie lineárnych rovníc je možné použiť napr. Gaussovu elimináčnú metódu a na riešenie nelineárnych rovníc vhodnú iteračnú metódu.

Pre popis matíc, vektorov a rovníc je potrebné definovať uvažovanú situáciu. Budeme teda uvažovať elektrický obvod (sieť), ktorý pozostáva z *m* vetiev, tomu odpovedá aj počet ideálnych prvkov v obvode a z *n*+1 uzlov, kde *n* je počet nezávislých uzlov.

Topologická príprava

Súčasťou automatického zostavenia rovníc je pri simulácii pomocou výpočtovej techniky, podobne ako pri analýze obvodu, potrebná topologická príprava. Jej súčasťou je vytvorenie topologických matíc a vektorov pre konkrétnu sieť, ktoré budú použité pri zostavovaní rovníc. Ako už bolo spomenuté, zostavenie rovníc musí byť automatické, tzn. rovnaký algoritmus pre akýkoľvek obvod. Preto aj zostavenie topologických matíc a vektorov musí byť procesom automatickým.

Zostavenie týchto pomocných matíc a vektorov je možné vykonať pred alebo počas zostavovania rovníc. Napr. v prípade MATLABu je vhodné použiť kombinovaný postup a zostaviť prázdne matice a vektory s požadovanými rozmermi pred automatických zostavením rovníc a tie následne počas zostavovania napĺňať prvkami.

Pre STA je potrebné uvažovať len redukovanú incidenčnú maticu **A**, ktorá vyjadruje vzťahy (incidencie) medzi nezávislými uzlami a vetvami elektrického obvodu. Rozmer tejto matice teda priamo závisí od počtu uzlov a vetiev v obvode a **A** má rozmer *n* x *m*. Prvky tejto matice môžu nadobúdať hodnoty 0, 1 a -1. Platí, že $a_{ij} = 0$, ak uzol *i* neinciduje s vetvou *j*, $a_{ij} = 1$, ak uzol *i* inciduje s vetvou *j* a orientácia vetvy je v smere von z uzla, $a_{ij} = -1$ ak uzol *i* inciduje s vetvou *j* a orientácia vetvy je v smere do uzla.

Systém rovníc pre lineárne obvody

Pre popísanie elektrického obvodu sú potrebné dva systémy rovníc. Na popis matematického modelu obvodu, a teda vzťahu medzi napätím a prúdom na každom prvku, slúžia rovnice popisu prvkov (1). V nich predstavuje **Z** impedančnú maticu a **Y** admitančnú maticu. Vektor **i** je vektor vetvových prúdov a **u** vektor vetvových napätí. Vektor **s** je vektor napätí a prúdov zdrojov. Pre vektory **i**, **u**, **s** platí, že sú to stĺpcové vektory s rozmerom *m*. Celý tento systém pozostáva z *m* rovníc s 2*m* neznámymi. Tieto rovnice budeme nazývať rovnice pre popis obvodu.

$$\mathbf{Zi+Yu=s} \tag{1}$$

Okrem vyššie spomenutých rovníc potrebujeme aj rovnice pre popis zapojenia prvkov. Ako vyplýva z názvu, tieto slúžia na popis zapojenia obvodu. Vytvárajú sa priamo z Kirchhoffových zákonov. Systém rovníc pre popis zapojenia prvkov bude (2), kde **A** je uzlová incidenčná matica a **v** je stĺpcový vektor uzlových napätí, ktorý má rozmer *n*. Tento systém pozostáva z *m*+*n* rovníc s 2*m*+*n* neznámymi.

$$\begin{aligned}\mathbf{Ai} &= \mathbf{0}\\ \mathbf{u} - \mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{v} &= \mathbf{0}\end{aligned} \tag{2}$$

Spojením systému rovníc popisujúcich vzťah medzi napätím a prúdom na prvku a systému rovníc pre popis zapojenia prvkov získame úplný systém rovníc obvodu. Úplný systém bude postačovať na popísanie vlastností a správania celého obvodu.

Úplný systém rovníc metódy STA pre riešenie lineárnych obvodov (3) (ďalej len lineárny STA systém) odpovedá kombinácii systému rovníc pre popis zapojenia prvkov (1) a systému rovníc pre popis vzťahu medzi napätím a prúdom na prvku (2). V zápise pribudla jednotková matica **E** (hodnota 1 v každom prvku jej hlavnej diagonály) s rozmerom *m* x *m*. Tento systém pozostáva z 2*m*+*n* rovníc, ktoré obsahujú 2*m*+*n* neznámych. Neznámymi veličinami v tomto systéme rovníc je *m* vetvových napätí, *m* vetvových prúdov a *n* uzlových napätí.

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & -\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\\ \mathbf{Z} & \mathbf{Y} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}\\ \mathbf{u}\\ \mathbf{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix} \tag{3}$$

V porovnaní s inými metódami je matica reprezentujúca zápis zapojenia a vzťahov v obvode rozsiahlejšia, ale obsahuje veľa nulových prvkov, ide o tzv. riedku maticu. Riedke matice je možné efektívne riešiť pomocou numerických metód. Keďže poznáme vzťah medzi uzlovými a vetvovými napätiami, môžeme systém (3) zjednodušiť na tzv. zjednodušený systém rovníc metódy STA pre riešenie lineárnych obvodov (4) (ďalej zjednodušený lineárny STA systém).

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{Z} & \mathbf{YA}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}\\ \mathbf{v}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix} \tag{4}$$

Systém rovníc pre nelineárne obvody

Systém rovníc popisujúci nelineárny obvod vo všeobecnosti pozostáva z *k* nelineárnych rovníc s *k* neznámymi, ktorý môžeme vyjadriť v tvare (5). Vektor neznámych **x** (6) bude stĺpcový a bude podobne ako pri lineárnych obvodoch pozostávať z vektorov **i**, **u**, **v**.

$$\mathbf{f(x)=0} \tag{5}$$

$$\mathbf{x=[i;\ u;\ v]} \tag{6}$$

Nelineárny prvok je prvok, ktorého parameter nie je konštanta, ale závisí od napätia u_x na tomto prvku alebo prúdu i_x, ktorý ním preteká. Preto nelineárny prvok môžeme popísať jednou z nelineárnych rovníc $i_x = \mathrm{f}(u_x)$ alebo $u_x = \mathrm{f}(i_x)$. Ak počet rovníc popisujúcich nelineárny obvod je k = 2*m* + *n* a *p* je počet nelineárnych prvkov obvodu, potom pre získanie popisu nelineárneho obvodu metódou STA musíme k lineárnemu STA systému rovníc priradiť popisy nelineárnych prvkov v obvode. Pričlenenie popisov nelineárnych prvkov k lineárnemu STA systému je možné vyjadriť ako (7), kde **H** je matica koeficientov h_{jl} pre j = 1, 2, ... ,k a l = 1, 2, ... , p, a **g(x)** je vektor, obsahujúci popis nelineárnych prvkov obvodu $g_j(\mathrm{x})$ pre j = 1, 2, ... , p, ktorý pozostáva z *p* prvkov [4].

$$\mathbf{H.g(x)} \tag{7}$$

Týmto postupom získame úplný systém rovníc metódy STA pre popis nelineárnych obvodov (ďalej len nelineárny STA systém) (8). Eventuálne je možné zostaviť aj zjednodušený systém rovníc metódy STA pre popis nelineárnych obvodov (9) (ďalej len zjednodušený nelineárny STA systém).

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{E} & -\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\\ \mathbf{Z} & \mathbf{Y} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}\\ \mathbf{u}\\ \mathbf{v}\end{bmatrix}+\mathbf{H.g}(\mathbf{x})=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix}\mathbf{A} & \mathbf{0}\\ \mathbf{Z} & \mathbf{YA}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{i}\\ \mathbf{v}\end{bmatrix}+\mathbf{H.g}(\mathbf{x})=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{s}\end{bmatrix} \tag{9}$$

Rovnako ako v prípade lineárneho alebo zjednodušeného lineárneho STA systému, aj po vyriešení zostaveného nelineárneho, resp. zjednodušeného nelineárneho STA systému získame hodnoty prúdov tečúcich ideálnymi prvkami, napätí v uzloch obvodu a priamo alebo nepriamo aj hodnoty napätí na ideálnych prvkoch.

III. METODIKA VYTVÁRANIA MATEMATICKÝCH SIMULAČNÝCH MODELOV PRE METÓDU STA

Jedným zo základných princípov vytvárania matematických modelov pre reálne prvky je výber vhodných parametrov a vlastností reálneho zariadenia pre riešený problém. Pri simulačnom matematickom modeli sa zvyčajne vytvorí náhradná schéma pozostávajúca z ideálnych prvkov tak, aby zapojenie týchto ideálnych prvkov a ich parametre odpovedali parametrom a vlastnostiam modelovaného zariadenia. Náhradných matematických modelov reálnych prvkov elektrizačnej sústavy existuje pre každý prvok pomerne veľa. Modely sú overené a preto nie je dôvod vytvárať nové. Je potrebné len zvoliť ten správny pre vyriešenie daného problému. Zásadným parametrom pri jeho výbere je požadovaná presnosť.

Po výbere modelu, pre potreby použitia metódy STA, je následne potrebné vhodne tento model matematicky upraviť, aby bolo možné použiť ho. Medzi modelmi môžeme rozlíšiť medzi tými, ktoré pozostávajú len z jedného ideálneho prvku (napr. záťaž v uzle modelovaná len pomocou komplexnej impedancie) a tými, ktoré obsahujú zapojenie viacerých ideálnych prvkov (napr. vedenie modelované T článkom). Matematický model pre STA je definovaný pre ideálne prvky, nie pre celé modely. Pri modeloch so zapojením viacerých ideálnych prvkov budeme preto pristupovať ku každému prvku samostatne, nie k modelu ako k celku. Napriek tomu zvyčajne nie sú zaujímavé všetky napätia a prúdy v modeli, ale len tie, ktoré majú zásadný význam pre modelovaný prvok. Ak napr. bude model reálneho prvku pozostávať z dvoch ideálnych prvkov zapojených do série, pričom oba tieto prvky budú predstavovať vnútorné vlastnosti reálneho prvku, pravdepodobne riešiteľa úlohy nebudú zaujímať napätia na každom z ideálnych prvkov ale skôr celkové napätie na oboch. Preto je pri vytváraní výpočtu alebo aplikácie pre každý model vhodné zvoliť nielen to z akých parametrov bude pozostávať, ale aj to, ktoré napätia a prúdy sú potrebné pre používateľa, a ktoré nebude potrebné vizuálne zobraziť. Spôsob vytvárania modelov nelineárnych prvkov je v [4].

Pre každý model je potrebné definovať aké hodnoty budú zapísané do jednotlivých matíc v systéme rovníc pre metódu STA. Keďže matice **E** je jednotková a vektory **i**, **u**, **v** predstavujú neznáme veličiny, je potrebné určiť čo sa bude zapisovať do príslušných prvkov matíc **A**, **Z**, **Y** a do vektora **s**. Ak aspoň jeden model pri simulácii obsahuje nelineárny prvok, bude potrebné vyplniť aj maticu **H** a vektor **g(x)**. Pri vytváraní modelov je potrebné presne definovať každý parameter použitých ideálnych prvkov aj to ako bude určený, pre potreby automatického zostavenia rovníc pomocou výpočtovej techniky.

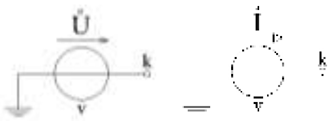
IV. MODELY NAPÁJACÍCH A ODBEROVÝCH UZLOV

Pod pojmom uzol v teoretickej elektrotechnike rozumieme prepojenie troch a viacerých prvkov. Pri použití metódy STA pri simulovaní bude uzlom prepojenie dvoch a viacerých prvkov. Pojem uzol v simulovanej časti elektrizačnej sústavy (v sieti) má širší význam. Okrem vyššie spomenutej definície môže ísť aj o miesto, ktoré je pripojené k ďalším častiam elektrizačnej sústavy. V takomto mieste potom môže dôjsť k dodávaniu elektrickej energie spotrebičom mimo siete, alebo dodávaniu elektrickej energie do simulovanej siete zdrojmi, ktoré sa v uvažovanej sieti nenachádzajú. Pri simulovaní procesov elektrizačnej sústavy pomocou metódy STA (pre obe spôsoby zostavenia systémov rovníc (3) a (4)) je potrebné ešte pred začiatkom simulácie určiť, či bude uzol pripojený k ďalším častiam sústavy napájací alebo odberový [4] [4].

Špeciálnym typom uzla pri simulácii bude uzol predstavujúci uzemnenie prvkov. Tento uzol je vhodné pri simulácii považovať za referenčný. Preto všetky použité matematické modely pre metódu STA budú predpokladať túto skutočnosť.

Modely napájacích uzlov

V prípade napájacieho uzla uvažuje, že bude elektrická energia dodávaná do simulovanej siete v mieste kde sa tento uzol nachádza zo zdrojov mimo uvažovanú sieť. Tieto modely môžu tiež slúžiť ako jednoduché modely generátora, príp. všeobecne zdroja el. energia v simulovanej sieti. Uvedieme dva typy modelov a to model pre napájací uzol, v ktorom je známe napätie (uvedený na Obr. 1 vľavo) a napájací uzol, pri ktorom je známi dodávaný prúd(uvedený na Obr. 1 vpravo).



Obr. 1. Model napájacieho uzla pri známom napätí (vľavo) a model napájacieho uzla pri známom dodávanom prúde (vpravo).

Pri automatickom zostavení rovníc sa použijú údaje uvedené v TABUĽKE I, pričom v simulačnom modely riadok *k* odpovedá uzlu *k* a riadok *v* alebo stĺpec *v* odpovedá vetve *v* na Obr. 1. Do vektora **s** sa do príslušného riadku zapíše fázor efektívnej hodnoty známeho napätia v uzle.

TABUĽKA I
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model napájacieho uzla pri známom napätí.

$\mathbf{A}= \begin{array}{c\|ccc\|} & \dots & v & \dots \\ \dots & & \dots & \\ k & \dots & 1 & \dots \\ \dots & & \dots & \end{array}$	$\mathbf{Z}= \begin{array}{c\|ccc\|} & \dots & v & \dots \\ \dots & & \dots & \\ v & \dots & 0 & \dots \\ \dots & & \dots & \end{array}$
$\mathbf{Y}= \begin{array}{c\|ccc\|} & \dots & v & \dots \\ \dots & & \dots & \\ v & \dots & 1 & \dots \\ \dots & & \dots & \end{array}$	$\mathbf{s}= \begin{array}{c\|c\|} \dots & \dots \\ v & \mathbf{U} \\ \dots & \dots \end{array}$

Podobne pre model uzla so známym dodávaným prúdom sa údaje pre automatické zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA nachádzajú v TABUĽKE II.

TABUĽKA II
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model napájacieho uzla pri známom dodávanom prúde.

$A_{k,v}=-1$	$Z_{v,v}=1$
$Y_{v,v}=0$	$s_v=\mathbf{I}$

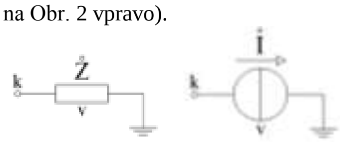
Pri oboch napájacích uzloch bude osobu vykonávajúcu simuláciu siete pravdepodobne zaujímať napätie v uzle $\mathbf{U_k}$ a prúd vtekajúci do uzla $\mathbf{I_{0k}}$. Po vyriešení zostaveného systému rovníc napätie v uzle odpovedá hodnote z vektora uzlových napätí **v** uvedenej v riadku *k*, a prúd vtekajúci do uzla odpovedá hodnote z vektora vetvových prúdov **i** nachádzajúcej sa v riadku v (10).

$$U_k = v_k \quad I_{0k} = i_v \tag{10}$$

V simulovanej sieti, ktorá môže pozostávať z množstva napájacích uzlov, musí byť použitý aspoň jeden uzol so známym napätím. Ak by tomu tak nebolo, neboli by v simulácii definované napäťové pomery a systém rovníc by nebol riešiteľný.

Modely odberových uzlov

Ak uvažujeme, že uzol bude v simulácii odberový, ide zvyčajne o uzol v sieti, z ktorého je elektrická energia odoberaná a následne dodávaná do spotrebiča alebo spotrebičov, ktoré sa v simulovanej sieti nenachádzajú. Rovnaké modely je možné použiť pre simulovanie záťaže, alebo spotrebiča nachádzajúceho sa v simulovanej sieti. Uvedieme dva typy odberových uzlov a to odberový uzol pri známej impedancii (uvedený na Obr. 2 vľavo) a odberový uzol pri známom prúde (uvedený na Obr. 2 vpravo).



Obr. 2. Model odberového uzla pri známej impedancii (vľavo) a model napájacieho uzla pri známom odberovom prúde (vpravo).

Údaje pre zostavenie rovníc pomocou metódy STA pre odberový uzol pri známej impedancii sú uvedené v TABUĽKE III a údaje pre odberový uzol pri známom prúde sú uvedené v TABUĽKE IV.

TABUĽKA III
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model odberového uzla pri známej impedancii spotrebiča.

$A_{k,v}=1$	$Z_{v,v}=-\mathbf{Z}$
$Y_{v,v}=1$	$s_v=0$

TABUĽKA IV
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model napájacieho uzla pri známom odberovom prúde.

$A_{k,v}=1$	$Z_{v,v}=1$
$Y_{v,v}=0$	$s_v=\mathbf{I}$

Pri odberovom uzle bude osobu vykonávajúcu simuláciu siete zrejme zaujímať napätie v uzle U_k a prúd vytekajúci z uzla I_{k0}. V oboch prípade ich získame, podobne pri napájacom uzle, z hodnôt vektorov neznámych (11) získaných vyriešením systému rovníc.

$$U_k = v_k \quad I_{k0} = i_v \tag{11}$$

V. MODELY VEDENÍ

Dôležitou časťou elektrizačnej sústavy sú bezpochyby prenosové a distribučné vedenia. Pri tvorbe ich modelov sa vychádza z technických parametrov vedení, na rozdiel od uzlov, pri ktorých sme vychádzali z požadovaných fyzikálnych veličín (napätí a prúdov). Pri vedeniach rozoznávame päť základných parametrov, ktoré definujú hodnoty ideálnych prvkov použitých v modeloch. Ide o:

- Odpor vedenia na jednotku dĺžky R_0
- Impedancia vedenia na jednotku dĺžky L_0
- Zvod vedenia na jednotku dĺžky G_0
- Kapacita vedenia na jednotku dĺžky C_0
- Dĺžka vedenia l

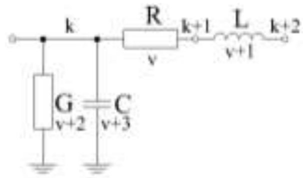
Parametre ideálnych prvkov použitých vo všetkých modeloch dlhých vedení v tomto článku sú definované podľa (12).

$$R = R_0.l \quad L = L_0.l \quad G = G_0.l \quad C = C_0.l \tag{12}$$

Pre simulačné modely sú použité už známe náhradné schémy pomocou článkov, ktoré obsahujú viac ako jeden ideálny prvok (ak nie sú výrazne zjednodušené). Preto budú tieto modely pri zostavení rovníc v jednotlivých maticiach a vektoroch STA systému rovníc zaberať viacero riadkov, resp. stĺpcov. Okrem toho budú definované aj najdôležitejšie sledované veličiny, ktoré sú pri dlhých vedeniach zvyčajne napätia na začiatku $\mathbf{U_1}$, napätie na konci vedenia $\mathbf{U_2}$, prúd na začiatku $\mathbf{I_1}$ a prúd na konci vedenia $\mathbf{I_2}$.

Model vedenia – Γ článok

Najjednoduchší model dlhého vedenia používaný v simuláciách je použitie náhradnej schémy vytvorenej tzv. Γ článkom zobrazený na Obr. 3. Tento model je prípadne možné ešte zjednodušiť, a to tak, že nebudú uvažované niektoré parametre vedenia (napr. L_0 pri káblových vedeniach a pod.).



Obr. 3. Model vedenia - Γ článok.

Údaje pre vytvorenie STA systému rovníc pri použití tohto modelu sú uvedené v TABUĽKE V.

TABUĽKA V
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model vedenia - Γ článok.

A=

	...	v	v+1	v+2	v+3	...
...		...	...	...	...	
k	...	1	0	1	1	...
k+1	...	-1	1	0	0	...
k+2	...	0	-1	0	0	...
...		...	...	...	...	

Z=

	...	v	v+1	v+2	v+3	...
...		...	...	...	...	
v	...	$-R$	0	0	0	...
v+1	...	0	$-jX_L$	0	0	...
v+2	...	0	0	$-G^{-1}$	0	...
v+3	...	0	0	0	jX_C	...
...		...	...	...	...	

Y=

	...	v	v+1	v+2	v+3	...
...		...	...	...	...	
v	...	1	0	0	0	...
v+1	...	0	1	0	0	...
v+2	...	0	0	1	0	...
v+3	...	0	0	0	1	...
...		...	...	...	...	

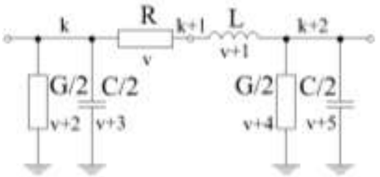
$s_v=s_{v+1}=s_{v+2}=s_{v+3}=s_{v+4}=0$

Najdôležitejšie sledované veličiny (napätia a prúdy na začiatku a konci vedenia) pre tento model vedenia sa určia z vektorov neznámych veličín podľa (13).

$$\begin{aligned} \mathbf{U_1} &= v_k = u_{v+2} & \mathbf{I_1} &= i_v + i_{v+2} + i_{v+3} \\ \mathbf{U_2} &= v_{k+2} & \mathbf{I_2} &= i_{v+1} \end{aligned} \tag{13}$$

Model vedenia – Π článok

Ďalším používaným modelom je Π článok, ktorého model s popisom pre pochopenie vytvárania rovníc pomocou metódy STA je zobrazený na Obr. 4.



Obr. 4. Model vedenia - Π článok.

V TABUĽKE VI sú uvedené údaje potrebné pre automatické zostavenie rovníc pri použití tohto modelu. Pre impedančnú maticu Z a admitančnú maticu Y sú uvedené len prvky z hlavnej diagonály, pretože prvky mimo nej v stĺpcoch v až $v+5$ a v riadkoch (v až $v+5$) odpovedajúce tomuto modelu majú nulovú hodnotu.

TABUĽKA VI
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model vedenia – Π článok.

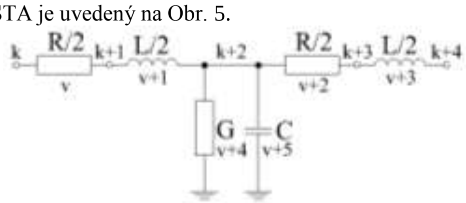
		...	v	v+1	v+2	v+3	V+4	V+5	...
	...		...	...	...	...	...	...	
	k	...	1	0	1	1	0	0	...
A=	k+1	...	-1	1	0	0	0	0	...
	k+2	...	0	-1	0	0	1	1	...
	...		...	...	...	...	...	...	
$Z_{v,v}$=-R ; $Z_{v+1,v+1}$=-jX_L ; $Z_{v+2,v+2}$=-2G^{-1} $Z_{v+3,v+3}$=jX_C/2 ; $Z_{v+4,v+4}$=-2G^{-1} ; $Z_{v+5,v+5}$=jX_C/2									
$Y_{v,v}$= $Y_{v+1,v+1}$=...=$Y_{v+5,v+5}$=1									
s_v= s_{v+1}=...= s_{v+5}=0									

Napätie a prúd na začiatku a konci vedenia pre tento model sa určia z vektorov neznámych veličín, konkrétne z vektora uzlových napätí **v** a vektora vetvových prúdov **i**, podľa (14).

$$\mathbf{U_1} = v_k \qquad \mathbf{I_1} = i_v + i_{v+2} + i_{v+3}$$
$$\mathbf{U_2} = v_{k+2} \qquad \mathbf{I}_2 = i_{v+1} - i_{v+4} - i_{v+5} \tag{14}$$

Model vedenia – T článok

Ekvivalentom k predchádzajúcemu modelu je použitie T článku. Tento model aj s popisom pre vytváranie systémov rovníc pomocou metódy STA je uvedený na Obr. 5.



Obr. 5. Model vedenia - T článok.

V TABUĽKE VII sú uvedené všetky informácie potrebné pre automatické zostavenie rovníc pomocou metódy STA. Podobne ako v predchádzajúcom prípade sú pre matice **Z** a **Y** uvedené len prvky na hlavnej diagonále. Ostatné prvky v týchto maticiach, ktoré odpovedajú tomuto modelu (tj. v riadkoch v až $v+5$ a stĺpcoch v až $v+5$ mimo hlavnej diagonály) sú rovné nule.

TABUĽKA VII
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre model vedenia - T článok.

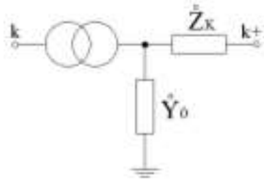
		...	v	v+1	v+2	v+3	v+4	v+5	...
	...		...	...	...	...	...	...	
	k	...	1	0	0	0	0	0	...
A=	k+1	...	-1	1	0	0	0	0	...
	k+2	...	0	-1	1	0	1	1	...
	k+3	...	0	0	-1	1	0	0	...
	k+4	...	0	0	0	-1	0	0	...
	...		...	...	...	...	...	...	
$Z_{v,v}$=-R/2 ; $Z_{v+1,v+1}$=-jX_L/2 ; $Z_{v+2,v+2}$=-R/2 $Z_{v+3,v+3}$=-jX_L/2 ; $Z_{v+4,v+4}$=-G^{-1} ; $Z_{v+5,v+5}$=jX_C									
$Y_{v,v}$= $Y_{v+1,v+1}$=...=$Y_{v+5,v+5}$=1									
s_v= s_{v+1}=...= s_{v+5}=0									

Napätie a prúd na začiatku a konci vedenia pre tento model sa určia z vektorov neznámych veličín podľa (15).

$$\mathbf{U_1} = v_k \qquad \mathbf{I_1} = i_v$$
$$\mathbf{U_2} = v_{k+4} \qquad \mathbf{I}_2 = i_{v+3} \tag{15}$$

VI. MODEL TRANSFORMÁTORA

Posledným modelom uvedeným v tomto článku bude model trojfázového dvojvinuťového transformátora. Klasické používané modely (ako napr. náhradná schéma uvedená na Obr. 6) nie sú vhodné pre použitie v simulácii. Presný popis postupu vytvárania simulačného modelu z uvedenej náhradnej schémy je v [1]. V krátkosti uvedieme tento spôsob vytvárania modelu popísaný v spomenutej publikácii.



Obr. 6. Náhradná schéma dvojvinuťového transformátora.

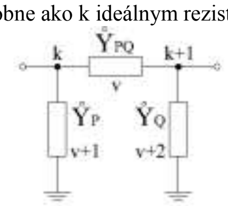
Náhradné prvky modelu transformátora uvedeného na Obr. 6 sa určia pomocou vzťahov (16), kde

- U_{ns} je menovitá hodnota združeného napätia na sekundárnej strane transformátora,
- S_n je menovitá hodnota zdanlivého výkonu transformátora,
- $u_{k\%}$ je pomerné napätie nakrátko
- ΔP_K sú činné straty nakrátko,
- ΔP_0 sú činné straty naprázdno,
- ΔQ_0 je magnetizačný jalový príkon naprázdno.

$$\mathbf{Z_K} = \Delta P_K \frac{U_{ns}^2}{S_n^2} + \mathrm{j}\frac{u_{x\%}}{100}\frac{U_{ns}^2}{S_n^2}$$
$$\mathbf{Y_0} = \frac{\Delta P_0}{U_{ns}^2} - \mathrm{j}\frac{\Delta Q_0}{U_{ns}^2} \tag{16}$$

Hodnoty prvkov uvedených vo vzťahoch (16) sa získavajú zo štítkových údajov, resp. dokumentácie, alebo z meraní vykonaných na reálnom transformátore. Keďže tento model obsahuje prvok známi tiež ako ideálny transformátor (definovaný len prevodom a),tento model nie je vhodné použiť pri zostavení rovníc pri použití metódy STA. Spomenutý prvok totiž nevieme matematicky popísať tak, aby sme ho vedeli spracovať pomocou postupov zostavenia rovníc pre túto metódu.

Z náhradnej schémy sa vytvorí simulačný model uvedený na Obr. 7, v ktorom jednotlivé ideálne prvky vypočítame podľa (17) [1]. V systéme rovníc k týmto prvkom pristupovať ako k ideálnym impedanciám, tj. podobne ako k ideálnym rezistorom.



Obr. 7. Model dvojvinuťového transformátora pre simuláciu.

$$\mathbf{Y_{PQ}} = \frac{\mathbf{Z_K^{-1}}}{a}$$
$$\mathbf{Y_P} = \frac{\mathbf{Z_K^{-1}}}{a}\left(a^{-1}-1\right) + \frac{\mathbf{Y_0}}{a^2} \qquad (17)$$
$$\mathbf{Y_Q} = \mathbf{Z_K^{-1}}\left(1-a^{-1}\right)$$

Pre tento simulačný model transformátora sú údaje pre zostavenie obvodových rovníc pomocou metódy STA uvedené v TABUĽKE IX.

TABUĽKA IX
Údaje pre zostavenie systému rovníc pomocou metódy STA pre simulačný model dvojvinuťového transformátora.

$A_{k,v}=1$; $A_{k,v+1}=1$; $A_{k,v+2}=0$ $A_{k+1,v}=-1$; $A_{k+1,v+1}=0$; $A_{k+1,v+2}=1$
$Z_{v,v}=-\mathbf{Y_{pq}^{-1}}$; $Z_{v,v}=-\mathbf{Y_p^{-1}}$; $Z_{v,v}=-\mathbf{Y_q^{-1}}$
$Y_{v,v}= Y_{v+1,v+1}=Y_{v+2,v+2}=1$
$s_v= s_{v+1}=s_{v+2}=0$

Pri trojfázovom transformátore by osobu simulujúcu reálnu sieť mohlo zaujímať viacero údajov. Azda najviac potrebné sú napätie a prúd na primárnej strane $\mathbf{U_P}$ a $\mathbf{I_P}$ a napätie a prúd na sekundárnej strane transformátora $\mathbf{U_S}$ a $\mathbf{I_S}$. Tieto údaje je možné zistiť priamo z hodnôt vektorov neznámych veličín po vyriešení zostaveného systému rovníc podľa (18). Prípadné ďalšie údaje by bolo potrebné zistiť dodatočnými výpočtami.

$$\mathbf{U_P} = v_k \quad \mathbf{I_P} = i_v + i_{v+1}$$
$$\mathbf{U_S} = v_{k+1} \quad \mathbf{I_S} = i_v - i_{v+2} \qquad (18)$$

LITERATÚRA

[1] M. Kolcun, Ľ. Beňa, A. Mészáros – Optimalizácia prevádzky elektrizačných sústav, Technická univerzita Košice, Košice 2009,s. 18-32, ISBN 978-80-553-0323-9

[2] G.D, Brayton R.K., Gustavson F.G.: The Sparse Tableau Approach to Network Analysis and Design. IEEE Transactions on circuit theory, 1971.

[3] Ho Ch., Ruehli A. E., Brennan P.A. – The modified Nodal Approach to Network Analysis. IEEE Transactions on circuit and systems, 1975

[4] NAJM, F. N. : Circuit simulation. Hoboken : John Wiley & Sons, Inc. , 2010. 303 s. ISBN 978-0-470-53871-5

[5] CHUA L. O. : Device modeling via nonlinear circuit elements. IEEE Transactions on Circuits and Systems (Volume: 27 , Issue: 1), 2003. ISSN 0098-4094

[6] D. Medveď, Modeling and Measuring of Electromagnetic Field around the 22 kV Overhead Lines. In: Scientific Letters of Academic Society of Michal Baludansky. Vol. 4, No. 6A (2016), s. 64-69. - ISSN 1338-9432.

[7] M. Kolcun, M. Kanálik, D. Medveď, Z. Čonka, Measuring of real value of short-circuit power in Island Operation Condition, In: Electric Power Engineering (EPE). Ostrava: VŠB-TU, 2015, p. 418-422. ISBN 978-1-4673-6787-5.

ADRESY AUTOROV

Jozef Dziak, Technická Univerzita Košice, Katedra teoretickej a priemyselnej elektrotechniky, Park Komenského 3, Košice, SK 04210, Slovenská Republika, jozef.dziak@tuke.sk
Marek Pavlík, Technická Univerzita Košice, elektroenergetiky, Mäsiarska 74, Košice, SK 04210, Slovenská Republika, marek.pavlik@tuke.sk